




## Application Of Integrated Drought Index In Multivariate Analysis Based On Vine-Copula

Fateme Teimouri<sup>1</sup>, Ommolbanin Bazrafshan<sup>2,\*</sup> , Hamid Gholami<sup>2</sup>, Marzieh Shekari<sup>3</sup>, Hossein Zamani<sup>3</sup>

1. Ph.D., Student, Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran.
2. Professor, Department of Natural Resources Engineering, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran .
3. Department of Mathematics, Faculty of Science, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran.

\*Corresponding Author: [o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir](mailto:o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir)

### Keywords:

Drought, Drought Index (IDI), Vine copula, Conditional return period, Characteristics of drought.

### Received:

12 August 2025

### Revised:

05 September 2025

### Accepted:

08 October 2025

### Introduction

Drought is a multivariate phenomenon whose effects are manifested in characteristics such as duration, magnitude, and intensity. Analyzing drought using only one variable (e.g., precipitation) is insufficient because drought is influenced by various variables such as precipitation, runoff, and soil moisture. Univariate or bivariate indices typically represent only one type of drought (meteorological, hydrological, agricultural, or socio-economic). Since different types of droughts may occur simultaneously, composite indices have been proposed to simultaneously reflect multiple variables and the complex relationships among them. One such method is the vine copula, which, by decomposing the problem into a hierarchy of bivariate pair-copulas, enables precise modeling of multivariate dependencies in high dimensions. The aim of this study is to develop a multivariate drought index based on vine copulas that can model nonlinear correlations among four key drought variables (precipitation, runoff, evapotranspiration, and soil moisture) across different time scales. Additionally, the performance of this new index is compared with univariate and linear composite indices, and its ability to identify historical and compound droughts is evaluated.

### How to cite this article:

Teimouri, F., Bazrafshan, O., Gholami, H., Shekari, M. & Zamani, H.(2026). Application of integrated drought index in multivariate analysis based on Vine-Copula. *Journal of Drought and Climate Change Research (JDCR)*, 3 (Spatial Issue), 95-118. [10.22077/jdcr.2025.9917.1161](https://doi.org/10.22077/jdcr.2025.9917.1161)



Another objective of this research is to analyze the risk of concurrent meteorological, hydrological, and agricultural droughts using a conditional vine copula approach and to provide practical management strategies to mitigate drought impacts in vulnerable areas.

### Materials and Methods

In this study, to analyze and assess drought over a 20-year period (2000–2020) in the Minab watershed, four drought monitoring indices were used: SPI (Standardized Precipitation Index), SRI (Standardized Runoff Index), SPEI (Standardized Precipitation Evapotranspiration Index), and SMDI (Soil Moisture Deficit Index). Subsequently, based on the three indices SPI, SRI, and SMDI, which exhibited the highest mutual correlation, an integrated drought index (IDI) was constructed using the vine copula method. This approach enables for the independent selection of dependency functions for each pair of variables and is particularly effective in modeling hydrological phenomena such as drought, which involves variables like precipitation, runoff, and soil moisture. Vine copula preserves the complex relationships among variables while reducing computational complexity, providing an efficient solution for analyzing high-dimensional problems. Finally, using drought characteristics (intensity, duration, magnitude, and peak) derived from the integrated drought index (IDI), the conditional return period was calculated.

### Result and Discussion


The results showed that the Frank copula function with parameters 4.8 and 7.1 is the most suitable dependency model for the SPI-SRI and SRI-SMDI pairs, respectively. This selection was made based on Kendall's tau values (0.441 and 0.567), indicating a moderate to strong dependency between the variables. Among the four drought indices, the three indices SPI, SRI, and SMDI, which had the highest correlation, were analyzed. The results indicate that in the C-vine structure, the SRI drought variable is positioned at the root node of the first tree and connects with the two other drought variables, reflecting the strong dependency of SRI with the other variables. Furthermore, given the correlation coefficient of 0.82 between the SPI and SRI drought indices, the highest among the pairs, they were selected as the first suitable index pair and the first edge for constructing the multivariate drought index using the vine copula method. The developed IDI index demonstrated superior ability in identifying compound droughts compared to univariate indices. Return period analysis showed that in the multivariate case, the  $M \mid SDP$  scenario at a probability of 0.99 reaches a return period of 225337 years, indicating the rarity of high-magnitude drought events along with other features. The examination of relationships among drought characteristics also revealed a strong correlation (0.95) between drought intensity and duration. Additionally, drought persistence conditional on intensity, magnitude, and peak ( $D \mid MSP$ ) at the same 0.99 probability yielded a return period of 11,388 years, which is lower than the first case but still considered extremely large.

### Conclusion

This comprehensive study examined the characteristics of drought in the Minab watershed using advanced statistical methods. The results showed that SRI acts as the central variable in the tree structure, with the highest correlation observed between SPI and SRI. The analysis of drought characteristics revealed the strongest correlation (0.95) between drought intensity and duration. Examination of conditional probability functions indicated that at low drought magnitudes, the likelihood of short-term droughts increases. Additionally, long-term droughts generally have moderate magnitudes and less frequently reach critical levels. This study demonstrated that using composite methods such as vine copulas can provide a better understanding of drought phenomena and their features. The findings suggest that multivariate drought analysis can be a powerful tool for water resource management and drought risk assessment. The observed differences in return periods and relationships among variables emphasize the importance of regional drought analysis and caution against directly generalizing results to other areas. These results can serve as a solid scientific basis for management decisions in confronting drought events.



## کاربرد شاخص یکپارچه خشکسالی در تحلیل چندمتغیره ریسک براساس واین کاپولا

فاطمه تیموری<sup>۱</sup>، ام‌البنین بذرافشان<sup>۲\*</sup> , حمید غلامی<sup>۲</sup>، مرضیه شکاری<sup>۲</sup>، حسین زمانی<sup>۲</sup>

- ۱- دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آبخیزداری، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
- ۲- استاد، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
- ۳- استادیار، گروه آمار، دانشکده علوم، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.

\*نویسنده مسئول: o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

### چکیده

این مطالعه به توسعه و ارزیابی شاخص یکپارچه خشکسالی (IDI) با استفاده از روش مفصل واین در حوضه آبخیز میناب پرداخته است. با توجه به ماهیت چندبعدی خشکسالی و محدودیت‌های شاخص‌های تک‌متغیره، این تحقیق رویکردی نوین برای ترکیب چهار شاخص کلیدی خشکسالی (SPEI، SRI، SPI و SMDI) ارائه می‌دهد. نتایج نشان داد تابع مفصل فرانک با پارامترهای وابستگی ۴/۸ و ۷/۱ به ترتیب برای جفت‌های SPI-SRI و SRI-SMDI مناسب‌ترین مدل وابستگی است. ساختار سلسله‌مراتبی مفصل واین مشخص کرد که شاخص SRI به عنوان متغیر محوری عمل می‌کند و بیشترین همبستگی (۰/۸۲) بین SPI و SRI مشاهده شد. شاخص IDI توسعه یافته در مقایسه با شاخص‌های تک‌متغیره، توانایی بالاتری در شناسایی خشکسالی‌های مرکب نشان داد. تحلیل دوره بازگشت نشان داد در حالت چندمتغیره، سناریوی SDP | M در احتمال ۰/۹۹ به دوره بازگشت ۲۲۵۳۲۷ سال می‌رسد که نشان‌دهنده نادر بودن رویدادهای خشکسالی با بزرگی بالا در کنار سایر ویژگی‌هاست. بررسی روابط بین مشخصه‌های خشکسالی نیز حاکی از همبستگی قوی (۰/۹۵) بین شدت و مدت خشکسالی بود. این مطالعه ثابت کرد روش مفصل واین با مدل‌سازی روابط غیرخطی بین متغیرهای خشکسالی، ابزار قدرتمندی برای ارزیابی جامع ریسک خشکسالی فراهم می‌کند. یافته‌ها می‌تواند مبنای علمی برای تصمیم‌گیری‌های مدیریت منابع آب در مناطق خشک و نیمه‌خشک باشد، هرچند پیچیدگی محاسباتی و نیاز به داده‌های با کیفیت از محدودیت‌های این روش محسوب می‌شوند.

### واژه‌های کلیدی:

خشکسالی، شاخص (IDI)، مفصل واین، مشخصه‌های خشکسالی، دوره بازگشت شرطی

### تاریخ دریافت:

۱۴۰۴/۰۵/۲۱

### تاریخ بازنگری:

۱۴۰۴/۰۶/۱۴

### تاریخ پذیرش:

۱۴۰۴/۰۶/۱۷

## مقدمه

خشکسالی پدیده‌ای چندمتغیره است که با مشخصه‌هایی مانند مدت، بزرگی و شدت خشکسالی توصیف می‌شود. ارزیابی ریسک تک‌متغیره خشکسالی تنها یک ویژگی را در نظر می‌گیرد و قادر به بازتاب پیچیدگی‌های این پدیده نیست؛ بنابراین برای شناسایی دقیق خشکسالی نیاز به شاخص خشکسالی قابل اعتماد است (Maity et al., 2016). شاخص‌های خشکسالی به سه دسته‌ی تک‌متغیره (مانند SPI برای خشکسالی هواشناسی)، چندمتغیره (در نظر گرفتن چند متغیر مانند بارش و رطوبت خاک) و ترکیبی<sup>۴</sup> (ادغام چند شاخص برای نمایش جامع‌تر خشکسالی) تقسیم می‌شوند (Xu et al., 2015). تحلیل خشکسالی با یک متغیر (مثلاً فقط بارش) کافی نیست، چرا که خشکسالی با متغیرهای مختلفی مانند بارش، رواناب و رطوبت خاک مرتبط است. شاخص‌های تک‌متغیره یا دو متغیره معمولاً فقط یک نوع خشکسالی (هواشناسی، هیدرولوژیکی، کشاورزی یا اجتماعی-اقتصادی) را نشان می‌دهند (Cammalleri et al., 2015). از آن‌جا که انواع خشکسالی ممکن است همزمان رخ دهند، شاخص‌های ترکیبی برای انعکاس همزمان متغیرهای چندگانه و روابط پیچیده بین آن‌ها پیشنهاد شده‌اند.

شاخص‌های ترکیبی خشکسالی مبتنی بر روش‌های خطی (ترکیب خطی، PCA<sup>۵</sup> و وزن آنتروپی) قادر به مدلسازی روابط غیرخطی بین متغیرهای خشکسالی نیستند. این محدودیت منجر به توسعه روش‌های مبتنی بر توابع مفصل شده است که امکان مدلسازی وابستگی‌های پیچیده و غیرخطی بین متغیرهای چندگانه را فراهم می‌کنند. مفصل‌ها با جداسازی توزیع‌های حاشیه‌ای از ساختار وابستگی، انعطاف‌پذیری بالایی در

عملکرد گیاهان زراعی و سازگاری آنها، تحت تأثیر تغییرات اقلیمی است. چنانچه روند این تغییرات سریع باشد، به‌خاطر آنکه گیاهان نسبت به سایر موجودات زنده امکان گریز از شرایط نامساعد را ندارند، بنابراین زیان بیشتری را متحمل خواهند شد. پس هرگونه تغییر در پارامترهای اقلیمی به نوبه خود، منجر به تغییر در تولید محصولات کشاورزی می‌شود. کاهش میزان تولید محصولات کشاورزی در اثر سرمازدگی، تگرگ و گرمزدگی از جمله اثرات گرمایش جهانی در بخش کشاورزی است؛ بنابراین دمای هوا، یکی از مهم‌ترین فاکتورهای اقلیمی مؤثر بر رشد گیاهان و تولیدات کشاورزی به حساب می‌آید (Bayatani et al., 2020).

خشکسالی به عنوان یک مخاطره طبیعی با کمبود طولانی‌مدت آب تعریف می‌شود و به چهار دسته‌ی هواشناسی (کمبود بارش)، کشاورزی (کاهش رطوبت خاک)، هیدرولوژیکی (کمبود جریان رودخانه و آب زیرزمینی) و اجتماعی-اقتصادی تقسیم می‌گردد (Heim, 2002). پایش این پدیده با شاخص‌هایی مانند SPI<sup>۱</sup> و SPEI<sup>۲</sup> (به دلیل سادگی و انعطاف زمانی) و همچنین داده‌های رطوبت خاک (نماینده خشکسالی کشاورزی) انجام می‌شود. سیستم GLDAS-SMDI<sup>۳</sup> به عنوان ابزاری معتبر برای تحلیل رطوبت خاک و خشکسالی کشاورزی مورد استفاده قرار گرفته است (Das et al., 2020). درک روابط بین انواع خشکسالی و الگوهای مکانی-زمانی آن‌ها برای مدیریت مؤثر این بحران ضروری است (Mishra & Singh, 2010).

<sup>1</sup> Standardized Precipitation Index

<sup>2</sup> Standardised Precipitation-Evapotranspiration Index

<sup>3</sup> Soil Moisture-based Drought Index

<sup>4</sup> Combined Drought Index

<sup>5</sup> Principal component analysis

تحلیل بارش، دقت بالای مدل D-vine را در برآورد کمبود بارش تأیید کردند، به ویژه برای شرایطی که بارش کمتر از میانگین بلندمدت باشد. در مطالعه بذرافشان و همکاران (Bazrafshan et al., 2021) بر روی حوضه کرخه مشخص شد که دوره بازگشت خشکسالی در حالت AND (همزمانی شاخص‌ها) بسیار محافظه‌کارانه‌تر از حالت OR عمل می‌کند. آچیت و همکاران (Achite et al., 2022) با توسعه شاخص ترکیبی JDHMI<sup>۲</sup> امکان پایش همزمان خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیکی را در مقیاس‌های زمانی مختلف فراهم کردند، در پژوهشی دیگر موسوی و همکاران (Musavi et al., 2024) در مدل‌سازی سیلاب، برتری ساختار C-vine نسبت به D-vine را از نظر معیارهای آماری تأیید نمودند. وانگ و همکاران (Wang et al., 2024) با به کارگیری مفصل واین، روشی نوین (VCBFA)<sup>۳</sup> برای تحلیل ریسک انتشار خشکسالی ارائه کردند. کاربرد مفصل واین در این مطالعه، مدل‌سازی سلسله‌مراتبی روابط غیرخطی بین خشکسالی‌های هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژیکی بود که امکان تفکیک و ترکیب وابستگی‌های دوجه‌دو را فراهم ساخت. نتایج نشان داد این روش قادر به کمی‌سازی دقیق تأثیر تغییرات اقلیمی و فعالیت‌های انسانی بر تشدید خشکسالی است.

این مطالعه با استفاده از تابع مفصل واین، یک شاخص خشکسالی چهارمتغیره یکپارچه توسعه داده است که نوآوری اصلی آن در ترکیب غیرخطی چهار متغیر کلیدی خشکسالی (بارش، رواناب، تبخیر و تعرق و رطوبت خاک) با دقت بالاتر نسبت به روش‌های خطی سنتی مانند وزن‌دهی آنتروپی یا PCA است. این شاخص قادر است

مدلسازی روابط چندمتغیره ارائه می‌دهند (Hao and Singh, 2015). از انواع مفصل‌ها می‌توان به مفصل ارشیمیدی تو در تو<sup>۱</sup> اشاره کرد که از دو بخش ساختار درختی ریشه‌دار و مجموعه‌ای از توابع مولد تشکیل شده است. این ساختار امکان انعطاف‌پذیری بیش‌تر در مدل‌سازی وابستگی‌ها در فضای چندبعدی فراهم می‌کند، در حالی که در موارد ساده‌تر به مفصل آرشیمیدی معمولی تقلیل می‌یابد (Uyttendaele., 2018). همچنین در ابعاد بالا، مفصل‌های کلاسیک با چالش‌هایی مواجه می‌شوند که مفصل‌های واین به عنوان راه‌حلی کارآمد برای این مشکل مطرح شده‌اند. مفصل واین دارای ساختار چند بعدی است که فقط از جفت مفصل (مفصل دو متغیره) تشکیل شده است. برتری مفصل واین نسبت به مفصل‌های قبلی این است که دارای انعطاف‌پذیری بالایی در مدل‌سازی است و همچنین آزادی کامل برای انتخاب مفصل دو متغیره در هر مرحله از ساختار سلسله‌مراتبی را فراهم می‌نماید. این روش با حفظ انعطاف‌پذیری و امکان انتخاب بهینه توابع وابستگی برای هر جفت متغیر، مزیت قابل توجهی نسبت به روش‌های سنتی دارد (Salvadori et al., 2007). این ویژگی‌ها، مفصل واین را به ابزاری قدرتمند برای توسعه شاخص‌های ترکیبی خشکسالی تبدیل کرده است.

در زمینه‌ی کاربرد مفصل واین در تحلیل خشکسالی مطالعات متعددی صورت پذیرفته است. دایال و همکاران (Dayal et al., 2020) با استفاده از مفصل واین، مدل پیش‌بینی خشکسالی مبتنی بر شاخص SPEI را توسعه دادند و نشان دادند مدل‌های مفصلی قابلیت بالایی در پیش‌بینی مشخصه‌های خشکسالی دارند ناظری و همکاران (Nazeri Tahroudi et al., 2021) در

<sup>2</sup> Joint drought hydrometeorological index

<sup>3</sup> Vine-Copula-Bayesian Factorial Analysis

<sup>1</sup> Nested Archimedean copulas

تولیدات کشاورزی و حتی تنش‌های اجتماعی-اقتصادی را به دنبال داشته باشد.

از سوی دیگر، تغییرات اقلیمی و افزایش دما در سال‌های اخیر، احتمال وقوع خشکسالی‌های مرکب (ترکیبی از خشکسالی هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی) را در این حوضه افزایش داده است (Bahari et al., 2023).

### تعیین شاخص‌های خشکسالی و مشخصه‌های آن

در این پژوهش برای تحلیل و ارزیابی خشکسالی از چهار شاخص پایش خشکسالی (شاخص بارش استاندارد شده)<sup>۱</sup> SRI (شاخص رواناب سطحی استاندارد)، SPEI (شاخص بارش-تبخیر و تعرق استاندارد شده) و SMDI<sup>۲</sup> (شاخص کمبود رطوبت خاک) استفاده گردید (جدول ۱). شاخص SPI نمایه‌ای است که بستگی به احتمال بارش برای هر زمان و مقیاس داشته و برای مقیاس‌های زمانی گوناگون قابل محاسبه است. این روش به وسیله مک کی و همکاران (۱۹۹۳) با توجه به بررسی تأثیرات متفاوت کمبود بارش بر آب‌های زیرزمینی، ذخایر و منابع آب سطحی، رطوبت خاک و جریان آبراهه توسعه داده شد. شاخص رواناب سطحی استاندارد توسط شوکلا و ود (۲۰۰۸) ارائه شد. این شاخص بر پایه SPI استوار است. لذا جهت محاسبات این شاخص، دقیقاً همان روند محاسبات در شاخص SPI تکرار می‌شود؛ فقط با این تفاوت که به جای داده‌های بارش از داده‌های رواناب سطحی به عنوان داده ورودی استفاده می‌شود. SPEI توسط ویسنته-سیرانو و همکاران (Vicente-Serrano et al., 2010) تهیه شده است و در مطالعات متعدد مورد استفاده قرار گرفته است.

به‌صورت همزمان خشکسالی هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی را پایش کند و رویدادهای خشکسالی مرکب را شناسایی نماید. خشکسالی مرکب به شرایطی اشاره دارد که در آن‌ها خشکسالی هواشناسی (کمبود بارش)، خشکسالی هیدرولوژیکی (کاهش منابع آبی مانند رواناب و آب‌های زیرزمینی)، خشکسالی کشاورزی (کمبود رطوبت خاک و تأثیر بر محصولات) و حتی خشکسالی با تأثیر بر منابع اقتصادی-اجتماعی به‌طور همزمان یا زنجیره‌ای اتفاق می‌افتند (Azhdari et al., 2021). هدف از تحقیق حاضر، توسعه یک شاخص خشکسالی چندمتغیره مبتنی بر مفصل‌واین است که بتواند همبستگی غیرخطی بین چهار متغیر کلیدی خشکسالی (بارش، رواناب، تبخیر و تعرق و رطوبت خاک) را در مقیاس‌های زمانی مختلف مدل‌سازی کند. همچنین، عملکرد این شاخص جدید با شاخص‌های تک‌متغیره و ترکیبی خطی مقایسه شده و توانایی آن در شناسایی خشکسالی‌های تاریخی و مرکب ارزیابی می‌شود. از دیگر اهداف این تحقیق، تحلیل ریسک خشکسالی‌های همزمان هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی با استفاده از رویکرد شرطی مفصل‌واین و ارائه راهکارهای مدیریتی عملی برای کاهش پیامدهای خشکسالی در مناطق مستعد است.

### مواد و روش‌ها

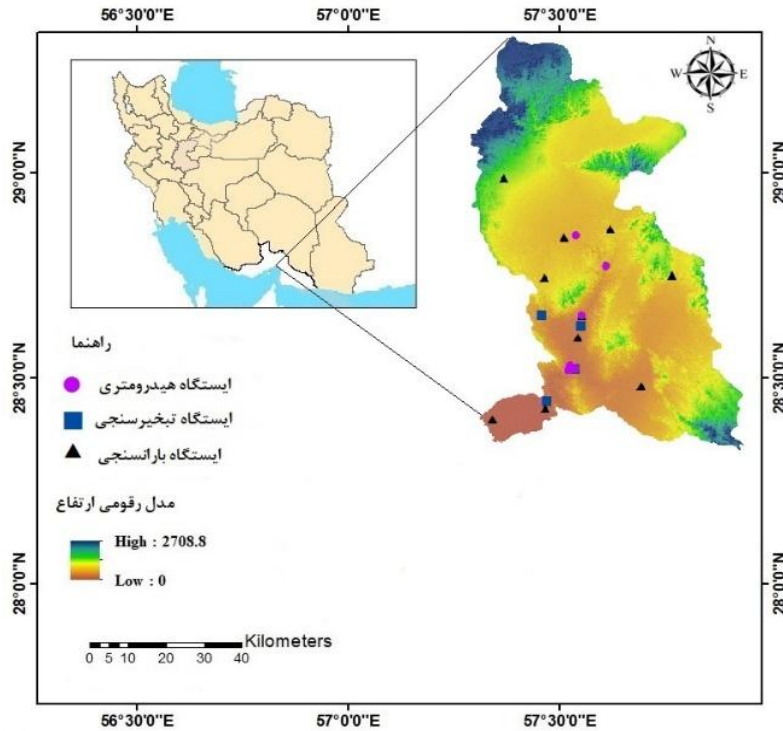
#### منطقه مورد مطالعه

حوضه آبخیز رودخانه میناب با مساحتی معادل ۱۰۵۱۹۰۰ هکتار از بزرگ‌ترین و مهم‌ترین حوزه‌های آبخیز سواحل دریای عمان و خلیج فارس در استان هرمزگان است (شکل ۱).

این منطقه با اقلیم نیمه‌خشک و بارش‌های نامنظم، همواره در معرض خطر خشکسالی‌های شدید و طولانی‌مدت قرار دارد که می‌تواند پیامدهای جدی مانند کاهش ذخیره سد، افت سطح آب‌های زیرزمینی، کاهش

<sup>۱</sup> Standard Runoff index

<sup>۲</sup> Soil Moisture Deficit Index



شکل ۱. موقعیت ایستگاه های هیدرومتری، تبخیرسنجی و بارانسنجی منطقه ی مورد مطالعه

Fig 1. Location of hydrometric, evapometric, and rain gauge stations in the study area

جدول ۱. انواع شاخص های خشکسالی  
Table 1. Type of drought index

فرمول ها (Formulas)	شاخص های خشکسالی (drought index)
$SPI, SRI = - \left[ t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right]$	شاخص بارش استاندارد شده (SPI) و
$SPI, SRI = - \left[ t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right]$	شاخص رواناب سطحی استاندارد (SRI)
$SPEI = W - \frac{C_0 + C_1 W + C_2 W^2}{1 + d_1 W + d_2 W^2 + d_3 W^3}$	شاخص بارش-تبخیر و تعرق استاندارد شده (SPEI)
$GLDAS - SMDI_{i,m} = \frac{\frac{1}{IP} \int_{j=0}^{IP-1} SM_{i,(m-j)}}{\frac{1}{(n \times IP)} \sum_{k=1}^n [\sum_{j=0}^{IP-1} SM_{i,(m-j)}^*]} \times \sqrt{\frac{RL_{m,i}^{(SM^*)}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n RL_{m,k}^{(SM^*)}}}$	شاخص کمبود رطوبت خاک (SMDI)

مدل جهانی تلفیق اطلاعات زمینی (GLADS)، به طور مشترک توسط دانشمندان سازمان ملی هوانوردی و فضا (NASA)، و مرکز پرواز فضایی گودارد (GSFC)، سازمان ملی اقیانوسی و جوی (NOAA) و مرکز ملی پیش بینی محیط زیست (NCEP) در برخی زمینه ها توسعه داده شده است (Rodell et al., 2004).

روش محاسبه SPEI شامل تعادل آب و هوا است و نقش درجه حرارت در ارزیابی خشکسالی را در نظر می گیرد. SPEI براساس تغییرات در تفاضل از بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل (P-PET) می باشد. شاخص SMDI با استفاده از داده های رطوبت خاک حاصل از سیستم جهانی تلفیق اطلاعات زمینی محاسبه می گردد.

## توابع مفصل واین<sup>۱</sup>

در مدلسازی چندمتغیره برای ابعاد سه‌گانه و بالاتر، ایجاد توزیع‌های مشترک که بتوانند وابستگی‌های پیچیده بین متغیرها را به طور دقیق مدل کنند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های کلاسیک مانند توزیع نرمال چندمتغیره اغلب در مدلسازی وابستگی‌های غیرخطی و رفتار دنباله‌ای داده‌ها محدودیت دارند (Hao and Singh, 2015). در این زمینه، مفصل‌ها با جداسازی ساختار وابستگی از توزیع‌های حاشیه‌ای، چارچوب مناسبی ارائه می‌دهند. برای ساخت مفصل چندمتغیره، دو روش اصلی تودرتو (Nested) و واین (Vine) وجود دارد. روش تودرتو مبتنی بر ترکیب سلسله‌مراتبی مفصل‌های دوتایی است که با افزایش ابعاد، پیچیدگی محاسباتی آن به سرعت افزایش یافته و انعطاف‌پذیری محدودی دارد. در مقابل، روش واین با تجزیه توزیع مشترک به دنباله‌ای از مفصل دوتایی شرطی، انعطاف‌پذیری بالایی در مدلسازی وابستگی‌های غیرخطی و نامتقارن ارائه می‌دهد (Uyttendaele., 2018).

روش واین به دلایل متعددی برای مدلسازی چندمتغیره برتر است. اول، این روش این امکان را می‌دهد برای هر جفت متغیر، متناسب با نوع وابستگی، مفصل‌های دوتایی بهینه انتخاب شود که این انعطاف‌پذیری منجر به دقت بالاتر در روابط پیچیده متغیرها می‌شود. دوم، ساختار مدولار واین مفصل‌ها امکان گسترش به ابعاد بالاتر را بدون از دست دادن دقت فراهم می‌کند. سوم، این روش به ویژه در بررسی وابستگی‌های شرطی و رفتار دنباله‌ای داده‌ها که در پدیده‌های طبیعی مانند خشکسالی بسیار حائز اهمیت است، عملکرد برتری دارد (Salvadori et al., 2007). با در نظرگیری این مزایا، انتخاب روش واین در این مطالعه با هدف دستیابی به بالاترین دقت در مدلسازی وابستگی‌های

بین متغیرهای خشکسالی و ارائه نتایج قابل اعتماد برای مدیریت ریسک صورت گرفته است.

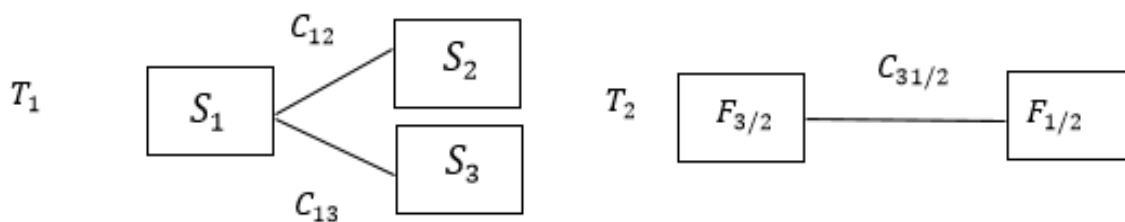
به طور کلی مفصل واین یک روش ریاضی (آماري) انعطاف‌پذیر است که مجموعه‌ای از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل و یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره را ایجاد می‌کند. ویژگی مهم توابع مفصل، ترکیب هر شکلی از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای است. بدین ترتیب که برای ساخت یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره، توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای می‌تواند به طور جداگانه انتخاب شوند و نیازی نیست از توزیع یکسانی تبعیت کنند.

مجموعه‌ای از درخت‌های متصل به هم به منظور اتصال بین جفت-مفصل‌ها مورد استفاده قرار گرفت که واین نرمال نامیده می‌شود (Bedford and Cooke, 2001, 2002). مدل‌های واین شامل دنباله‌ای از درخت‌ها با حداکثر  $N$  متغیر و حداکثر  $N-1$  لبه می‌باشند. هر لبه نشان‌دهنده یک مفصل دو بعدی در فضای  $[0, 1]^2$  می‌باشد. در هر درخت، متغیرها با استفاده از مفصل‌هایی که بعنوان لبه شناخته می‌شوند، توزیع توأمی را تشکیل می‌دهند که همان جفت-مفصل می‌باشد (Czado, 2010). شایان ذکر است که جفت-مفصل‌ها دو بعدی می‌باشند. به نظر می‌رسد مدل‌های گرافیکی (درخت‌های متصل بهم) مدل‌های مناسبی برای ارائه توزیع‌های احتمالاتی توأم با ابعاد بالاتر از دو باشند، بطوری که این مدل‌ها، بطور تصویری به توصیف وابستگی‌های موجود در توزیع‌های توأم می‌پردازند. واین به سه نوع سی-واین (C-vine)، دی-واین (D-vine) و آر-واین (R-Vine) تقسیم‌بندی می‌شوند. ساختار دی-واین شامل درخت‌های با ساختار خطی و ساختار سی-واین شامل درخت‌های با ساختار ستاره‌ای می‌باشند، بطوری که هر یک از درخت‌های ساختار سی-واین دارای یک متغیر مرکزی است. شیوه تجزیه تابع

<sup>1</sup> Vine copula



واین، متغیر مرکزی حداقل به دو متغیر دیگر متصل می باشد و سایر متغیرها حداکثر به یک متغیر مرکزی اتصال دارند. به عنوان مثال با توجه به شکل در ساختار سی- واین سه بعدی، درخت اول  $T_1$  از سه متغیر (گره)  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  و لبه‌های غیر شرطی  $C_{12}$  و  $C_{13}$  تشکیل شده است. لیکن همانطور که در شکل نمایش داده شده است، گره های درخت  $T_2$  شامل توابع توزیعی شرطی  $F_{3/2}$  و  $F_{1/2}$  می‌باشند.



شکل ۲. نمایش شماتیک درخت های ساختار سی- واین سه بعدی  
Fig 2. Graphical representation of C-vine copula

معیار قادر است یک تعادل میان دقت مدل با پیچیدگی آن برقرار کند که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$AIC = -2LnML + 2K \quad (5)$$

که در آن  $\ln ML$  بیانگر لگاریتم مقدار حداکثر تابع درست‌نمایی و  $K$  نیز برابر است با تعداد پارامترهای تابع مفصل. با توجه به داده‌ها ممکن است رتبه‌بندی چندین مدل با این معیار صورت گیرد و در نهایت مدلی که کمترین  $AIC$  را به خود اختصاص داده است، به عنوان مناسب‌ترین مدل انتخاب می‌گردد.

#### معیار اطلاعاتی بیزی (BIC)

معیار اطلاعات بیزی توسط گیدون (Gideon, 1978) معرفی گردید که به عنوان یک ابزار مفید در محاسبات آماری جهت انتخاب مناسب ترین مدل بین تعداد محدودی از مدل ها بکار گرفته می شود. محاسبه این

چگالی توزیع سه بعدی توسط ساختار سی-واین در شکل (2) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود ساختارهای واین از گره‌ها و لبه‌ها تشکیل شده‌اند که به ترتیب برای نمایش دادن متغیرها و جفت-مفصل بکار برده می‌شوند. مطابق شکل وجه تمایز درخت  $T_1$  و درخت  $T_2$  در غیرشرطی بودن گره‌های درخت اول می‌باشد، در حالی که درخت دوم شامل گره‌های شرطی می‌باشند. علاوه بر این در ساختار گرافیکی درخت‌های مدل سی-

#### توسعه شاخص یکپارچه IDI با استفاده از مفصل واین

در این پژوهش به منظور ساخت شاخص یکپارچه‌ی خشکسالی (IDI) از بین ۴ شاخص خشکسالی بارش، رواناب سطحی، تبخیر و تعرق و کمبود رطوبت خاک، ۳ شاخص خشکسالی SPI، SRI و SMDI که بیش‌ترین میزان همبستگی را دارا بودند استفاده گردید. برای ارزیابی همبستگی بین آن‌ها روش گرافیکی استفاده شد. برای بررسی گرافیکی همبستگی متغیرها از نمودار پراکندگی و خطی و همچنین کای پلات و کندال پلات استفاده شد. عملیات ساخت شاخص یکپارچه خشکسالی (IDI) در نرم‌افزار R و با استفاده از پکیج VineCopula اجرا شد.

#### معیارهای ارزیابی تابع مفصل‌ها

##### معیار اطلاعات آکائیک (AIC)

این معیار که بر مبنای مفهوم آنتروپی استوار است، توسط هیروتوگو آکائیک (Akaike, 1973) ارائه گردید. این

**محاسبه مشخصه‌های خشکسالی**

هر پدیده خشکسالی با چندین مشخصه شناسایی می‌شود که عبارتند از: شدت، مدت، بزرگی و پیک خشکسالی. در این پژوهش این مشخصه‌ها براساس تئوری ران که یکی از روش‌های رایج تحلیل خشکسالی می‌باشد، محاسبه گردید جدول (۲) (Dracup et al., 1987).

معیار نیز بر اساس تابع درست نمایی و حجم نمونه بوده که با معیار ارزیابی آکائیک ارتباط نزدیکی دارد. هرگاه داده‌های مشاهداتی دارای تعدادی بیش تر از تعداد پارامترها بود، استفاده از این معیار پیشنهاد می‌گردد که در قالب رابطه زیر قابل تعریف است.

$$BIC = -2L(\theta) + 2Ln(n)k \quad (۶)$$

که در آن  $L(\theta)$  معرف لگاریتم-درست نمایی،  $k$  برابر تعداد پارامترها و  $n$  نیز تعداد داده‌ها است (Nagler et al., 2020).

جدول ۲. انواع مشخصه‌های خشکسالی

Table 2. Type of Characteristics of drought

فرمول‌ها (Formulas)	مشخصه‌های خشکسالی (Characteristics of drought)
$DS = \sum_{t=1}^{dt}  x_0 - x_t $	شدت (Severity) (۷)
$DL = t_f - t_i + 1$	مدت (Duration) (۸)
$DM = \frac{DS}{DL}$	بزرگی (Magnitude) (۹)
$DP = \min[IDI_{i,j}]$	پیک (Peak) (۱۰)

$$T_{Y/X \geq X} = \frac{T(X)}{P(X > x \cdot Y > y)} = \frac{E(L)}{[1 - F_X(x)] \cdot [1 - F_X(x) - F_Y(y) - C(F_X(x) \cdot F_Y(y))]} \quad (۱۲)$$

که در آن  $T_{Y/X \geq X}$  معرف دوره‌ی بازگشت شرطی متغیر  $Y$  برای حالتی است که متغیر  $X$  از حد آستانه تعیین شده ( $X$ ) تجاوز کرده باشد.

**نتایج و بحث**

**برازش تابع توزیع حاشیه‌ای بر متغیرهای مورد بررسی**

نتایج حاصل از برازش توابع توزیع حاشیه‌ای بر متغیرهای مورد استفاده در جدول ۳ ارائه شده است. براساس نتایج بر بارش و رواناب تابع لوجستیک، بر تفاضل بارش و تبخیر تعرق و رطوبت خاک بترتیب لوگ

**دوره بازگشت شرطی**

توابع چگالی جفت-مفصل  $C$  شرطی بصورت تابعی از توابع توزیع شرطی می‌باشند. لازم بذکر است که توابع توزیع حاشیه‌ای شرطی با استفاده از مشتق جزئی تابع جفت-مفصل دو بعدی قابل محاسبه می‌باشند. دوره بازگشت‌های شرطی را می‌توان براساس توابع مفصل دو متغیره، در قالب روابط (۱۱) و (۱۲) برای دو حالت شرطی تعریف کرد (Shiau, 2006).

$$T_{X/Y \geq Y} = \frac{T(Y)}{P(X > x \cdot Y > y)} = \frac{E(L)}{[1 - F_Y(y)] \cdot [1 - F_X(x) - F_Y(y) - C(F_X(x) \cdot F_Y(y))]} \quad (۱۱)$$

که در آن  $T_{X/Y \geq Y}$  معرف دوره‌ی بازگشت شرطی متغیر  $X$  برای حالتی است که متغیر  $Y$  از حد آستانه تعیین شده ( $Y$ ) تجاوز کرده باشد.

برای جفت متغیرهای SPI12-SRI12 و SPI12-SMDI12، تابع مفصل فرانک به عنوان بهترین مدل انتخاب شده است که به ترتیب با پارامترهای  $4/8$  و  $7/1$  برآورد شده‌اند. این انتخاب با توجه به مقادیر تاوکنندال ( $0/441$  و  $0/567$ ) که نشان‌دهنده شدت وابستگی متوسط تا قوی بین متغیرهاست، صورت گرفته است. در مقابل، برای جفت متغیر SPI12-SMDI12، تابع مفصل گوسین با پارامتر  $0/05$  و تاوکنندال  $0/032$  انتخاب شده که نشان‌دهنده وابستگی بسیار ضعیف بین این دو متغیر می‌باشد.

لجستیک و نرمال بهترین برازش را دارد. در حالی که SPI، SRI، SPEI و SMDI با توزیع نرمال برازش بهتری دارند. معیارهای ارزیابی AIC و BIC نیز تأیید می‌کنند که مدل‌های انتخاب شده از کارایی مناسبی برخوردارند. کمترین مقدار AIC مربوط به رواناب ( $563/363$ ) و کمترین BIC مربوط به SRI ( $562/028$ ) است که نشان‌دهنده برازش بهتر مدل برای این متغیرها می‌باشد. شکل ۳ برازش تابع نرمال را بر شاخص‌های مورد بررسی نشان می‌دهد.

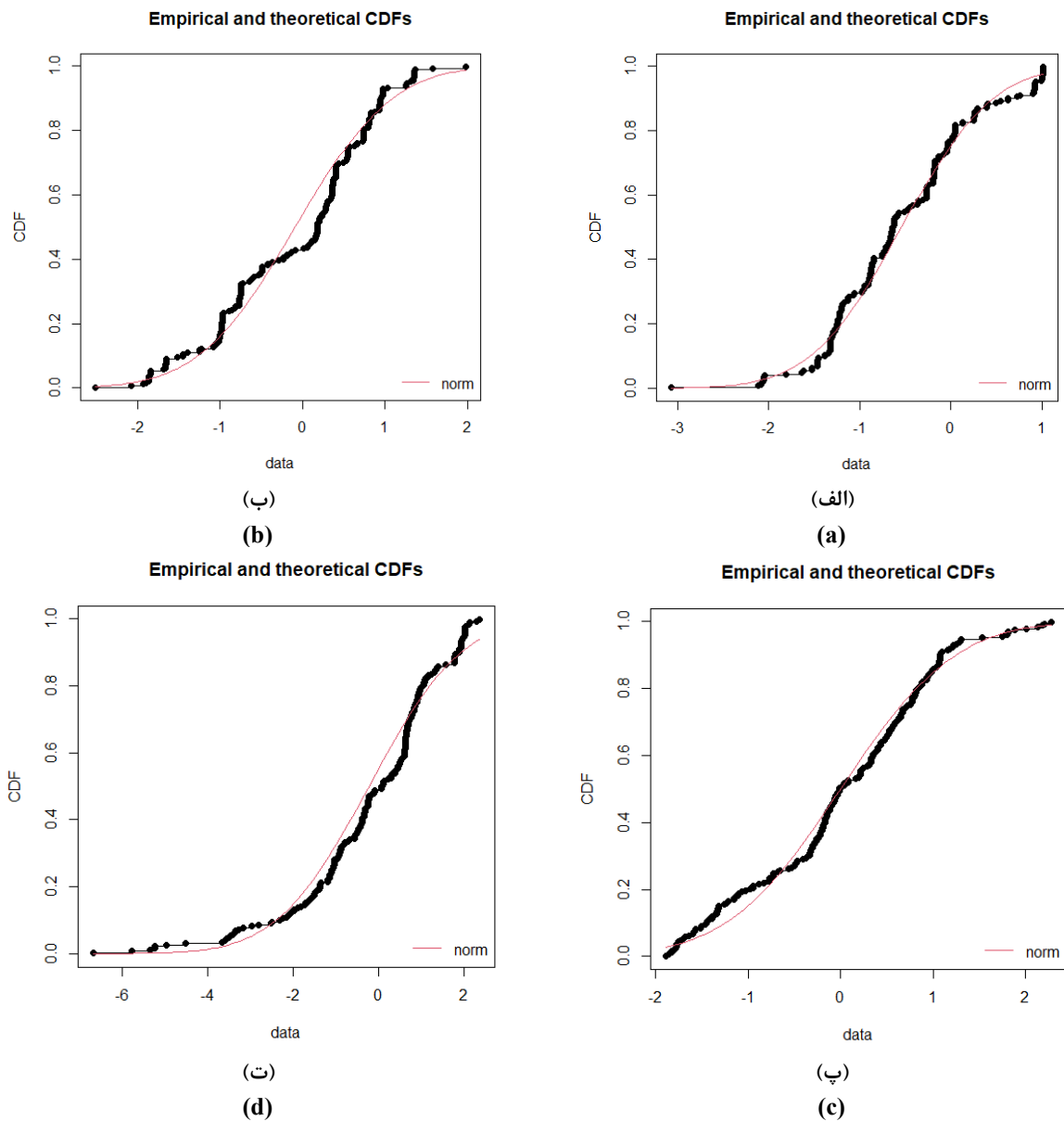
### انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

نتایج جدول ۴ نشان‌دهنده توابع مفصل منتخب برای مدل‌سازی وابستگی‌های دو به دو متغیرهای هیدرولوژیکی است.

جدول ۳. نتایج آزمون نکویی برازش برای تعیین بهترین مدل برازش شده بر متغیرهای مورد بررسی (در سطح معنی داری ۵ درصد)

**Table 3. The results of goodness of fit test on the variables under study (at a significance level of 5 percent)**

شاخص ارزیابی Evaluation index	پارامتر Parameter	K-S	تابع Function	نام متغیر Variable name
AIC= 630.94;BIC=637.48	$\mu=-0.036$ ؛ $\sigma=0.54$	0.30	لجستیک (Logistics)	بارش (Precipitation)
AIC= 563.363;BIC=556.48	$\mu=-0.562$ ؛ $\sigma=0.45$	0.58	لجستیک (Logistics)	رواناب (Runoff)
AIC= 768.32;BIC=761.52	$\mu=-0.06$ ؛ $\sigma=0.92$	0.23	لوگ لجستیک (Logistic ) (Log)	تفاضل بارش و تبخیر-تعرق (Precipitation and evapotranspiration difference)
AIC= 636.07;BIC=642.87	$\mu=0.029$ ؛ $\sigma=0.56$	0.61	نرمال (Normal)	رطوبت خاک (Soil moisture)
AIC= 617.23;BIC=624.03	$\mu=0.088$ ؛ $\sigma=0.92$	0.33	نرمال (Normal)	SPI
AIC= 555.22;BIC=562.02	$\mu=-0.540$ ؛ $\sigma=0.78$	0.34	نرمال (Normal)	SRI
AIC= 749.526;BIC=756.34	$\mu=-0.226$ ؛ $\sigma=1.68$	0.36	نرمال (Normal)	SPEI
AIC= 621.67;BIC=628.47	$\mu=1.85$ ؛ $\sigma=9.71$	0.67	نرمال (Normal)	SMDI



شکل ۳. نمودار CDF تابع توزیع تجمعی شاخص‌های خشکسالی به ترتیب (الف) SRI، (ب) SPI، (پ) SMDI و (ت) SPEI  
**Fig 3. CDF diagram of the cumulative distribution function of drought indices, respectively (a) SRI, (b) SPI, (c) SMDI, and (d) SPEI**

#### انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

نتایج جدول ۴ نشان‌دهنده توابع مفصل منتخب برای مدل‌سازی وابستگی‌های دو به دو متغیرهای هیدرولوژیکی است. برای جفت متغیرهای SPI12-SRI12 و SMDI12-SRI12، تابع مفصل فرانک به عنوان بهترین مدل انتخاب شده است که به ترتیب با پارامترهای ۴/۸ و ۷/۱ برآورد شده‌اند. این انتخاب با توجه به مقادیر

تاوکندال (۰/۴۴۱ و ۰/۵۶۷) که نشان‌دهنده شدت وابستگی متوسط تا قوی بین متغیرهاست، صورت گرفته است. در مقابل، برای جفت متغیر SPI12-SMDI12، تابع مفصل گوسین با پارامتر ۰/۰۵ و تاوکندال ۰/۰۳۲ انتخاب شده که نشان‌دهنده وابستگی بسیار ضعیف بین این دو متغیر می‌باشد.

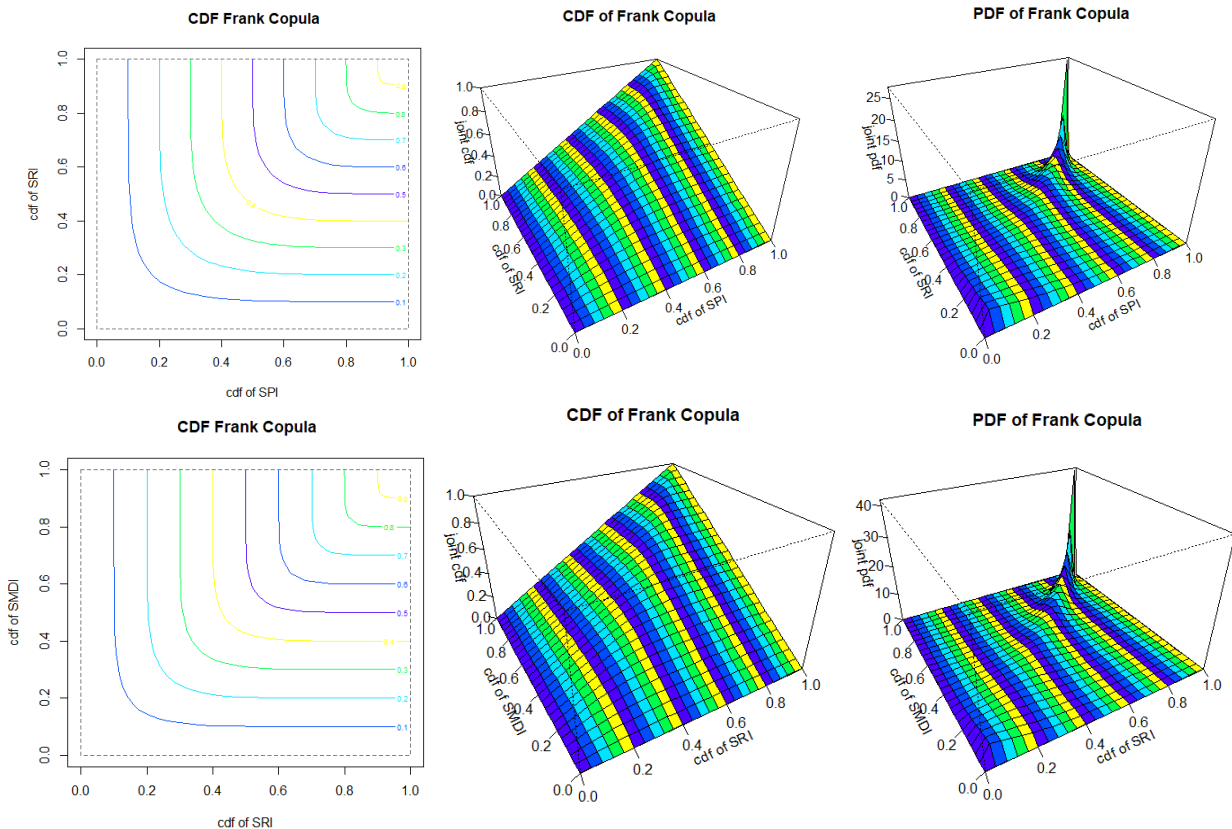
مقادیر آکائیکه و بیزی که برای مدل‌های فرانک به مراتب کمتر از مدل گوسین است، مجدداً برتری این توابع مفصل را در مدل‌سازی وابستگی بین متغیرهای مربوطه تأیید می‌کند. این نتایج برای تحلیل‌های بعدی مانند ارزیابی ریسک خشکسالی‌های مرکب بسیار حائز اهمیت خواهد بود. شکل ۴ نمودار جفت متغیرها بر توابع مفصل منتخب را نشان می‌دهد.

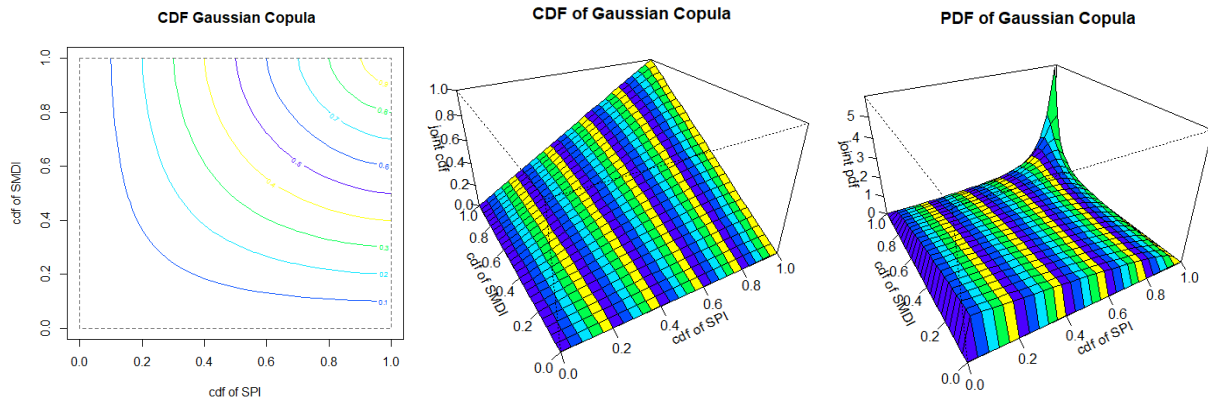
معیارهای ارزیابی شامل لگاریتم تابع درست‌نمایی، آکائیکه و بیزی نیز تأییدکننده مناسب بودن انتخاب‌ها هستند. مقادیر لگاریتم تابع درست‌نمایی برای جفت‌های SPI12-SRI12 و SRI12-SMDI12 به ترتیب ۷۴/۰۶ و ۳۶/۶ بوده که نسبت به مقدار ۰/۳۴ برای SPI12-SMDI12 به وضوح بالاتر است و نشان‌دهنده برازش بهتر مدل‌های فرانک برای این جفت‌متغیرها می‌باشد. همچنین

جدول ۴. توابع مفصل منتخب برای هر یک از جفت متغیرها

Table 4. Selected copula functions for each pair of variables

معیار بیزی (Bayesian)	معیار آکائیکه (Akaike)	لگاریتم تابع درست‌نمایی (Log-likelihood)	ضریب همبستگی تاوکندال (T-Kendall)	پارامتر (Parameter)	مفصل (Copula)	جفت متغیر (variable paired)
202.387	211.089	74.06	0.441	4.8	فرانک (Frank)	SPI12-SRI12
205.86	216.02	36.6	0.567	7.1	فرانک (Frank)	SRI12-SMDI12
204.69	214.21	0.34	0.032	0.05	گوسین (Gaussian)	SPI12-SMDI12





شکل ۴. نمودار CDF و PDF تابع مفصل منتخب جفت متغیرهای مفصل واین  
**Fig 4. CDF and PDF plot of selected joint function pairs of Vine copula variables**

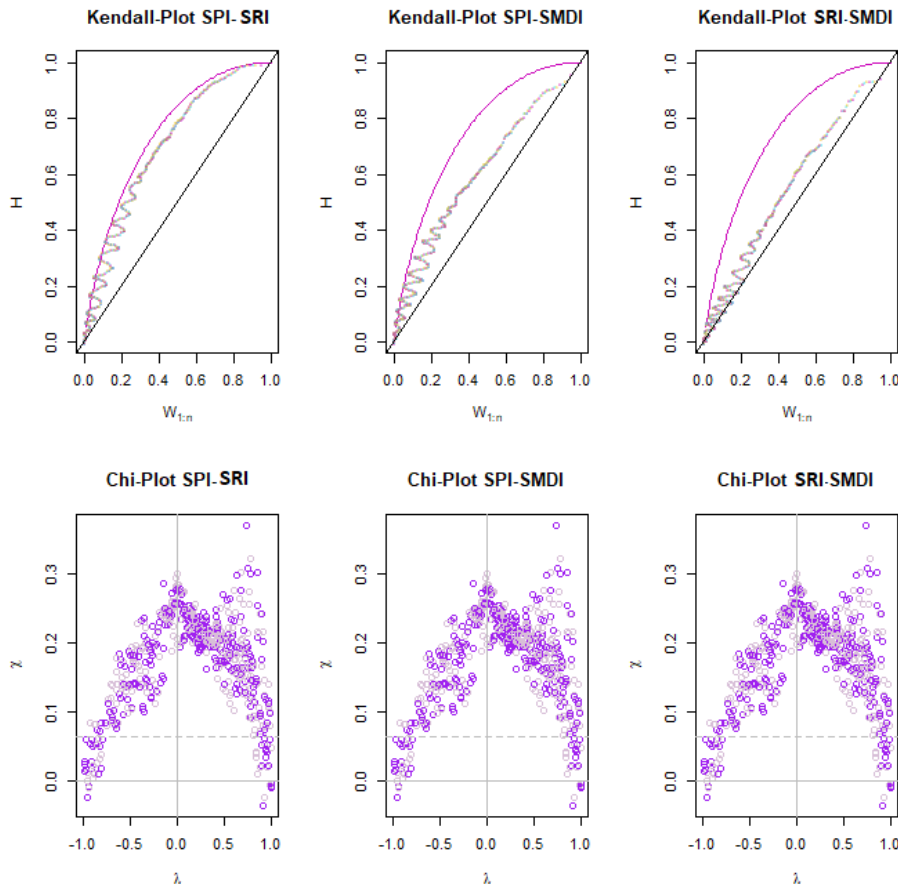
از باند اطمینان برای شاخص‌های خشکسالی مشاهده گردید و بیش از ۹۵ درصد داده‌های دور از محدوده اطمینان کای پلات قرار دارند، لذا همبستگی قابل قبولی بین شاخص‌ها وجود دارد و می‌توان در تحلیل سه متغیره استفاده نمود.

در نهایت از بین چهار شاخص خشکسالی به ترتیب سه شاخص خشکسالی SPI، SRI و SMDI که بیشترین میزان همبستگی را باهم داشتند با استفاده از پیکج Vine copula و ساختار سی-واین در نرم افزار R مورد بررسی قرار گرفتند. با توجه به نتایج بدست آمده در شکل (۶) و جدول (۳) در ساختار سی-واین در درخت اول متغیر خشکسالی SRI در گره ریشه قرار گرفته و با دو متغیر خشکسالی دیگر پیوند برقرار می‌کند و این نشان از وابستگی زیاد متغیر SRI با سایر متغیرها است. و در درخت دوم تنها یک پیوند بین متغیرهای SPI و SRI مشروط بر متغیر SMDI برقرار شده است. از طرفی با توجه به ضریب همبستگی دو شاخص خشکسالی SPI و SRI که دارای بیشترین همبستگی با مقدار ۰/۸۲ بودند به عنوان اولین جفت شاخص مناسب و اولین لبه برای ساخت شاخص خشکسالی چندمتغیره با استفاده از روش مفصل واین انتخاب گردیدند.

توسعه شاخص یکپارچه IDI با استفاده از مفصل واین

در این مطالعه برای ساخت IDI سه بعدی،  $n - 1$  درخت یعنی دو درخت انتخاب شدند. بکارگیری انواع واین به جهت گیری وابستگی در بین متغیرها بستگی دارد. متغیرها بر اساس وابستگی بینشان مرتب می‌شوند، یعنی هر درخت انتخاب شده باید حداکثر همبستگی را داشته باشد. در این مرحله پس از انتخاب سه شاخص خشکسالی بارش، رواناب و رطوبت خاک باید همبستگی بین متغیرها مشخص شود. برای ارزیابی همبستگی بین آن‌ها روش گرافیکی استفاده شد. برای بررسی گرافیکی همبستگی متغیرها از نمودار پراکندگی و خطی و همچنین کای پلات و کندال پلات استفاده شد. این سه گراف ابزاری برای بررسی ساختار همبستگی بین دو متغیر هستند. کای پلات و کندال پلات (شکل ۵) برای شاخص‌های خشکسالی در حوضه آبخیز میناب ارائه شده است. در کندال پلات، زمانی همبستگی دارند که داده‌ها از خط مورب دور شوند. نقاط بالای خط مورب نشان دهنده همبستگی مثبت و نقاط زیر خط مورب نشان دهنده همبستگی منفی است. در کای پلات، خط چین حدود اطمینان ۹۵ درصد است. براساس شکل (۵)، انحراف قوی

<sup>1</sup> Integrated Drought index



شکل ۵. نمودارهای K-Plot و chi-plot متغیرهای خشکسالی

Fig 5. K-Plot and chi-plot diagrams of drought variables

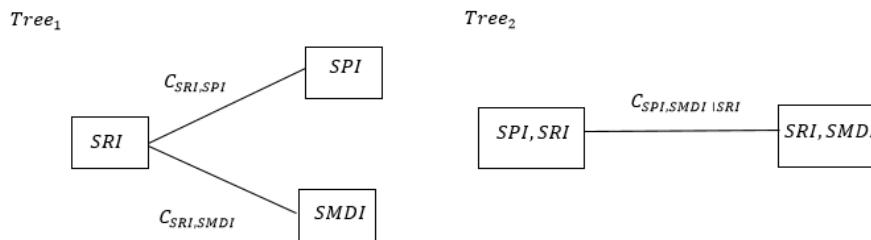
این مطالعه با کارهای پیشین در تأکید ویژه بر نقش محوری شاخص SRI در تحلیل روابط بین شاخص‌هاست. در حالی که برخی مطالعات مانند کار وانگ و همکاران (Wang et al., 2024) بیشتر بر شاخص‌های هواشناسی تمرکز داشتند، نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در مناطق با شرایط هیدرولوژیکی حساس، شاخص‌های مبتنی بر جریان رودخانه می‌توانند اطلاعات کلیدی‌تری ارائه دهند.

این یافته برای مدیریت منابع آب در مناطق نیمه‌خشک که جریان‌های سطحی نقش حیاتی در تأمین آب دارند، اهمیت ویژه‌ای دارد.

مطالعه حاضر همچنین نشان می‌دهد که ساختار و این انتخاب شده، با در نظر گرفتن وابستگی‌های شرطی بین شاخص‌ها (مانند رابطه SPI و SRI مشروط بر SMDI در درخت دوم)، توانسته است روابط پیچیده بین متغیرهای خشکسالی را به خوبی مدل کند. این نتیجه با میرعباسی و همکاران (Mirabbasi et al., 2021) که بر مزایای روش مفصل و این در شناسایی روابط غیرخطی و چندسطحی بین شاخص‌های خشکسالی تأکید داشتند، مطابقت دارد. انتخاب این ساختار بهینه، همانطور که در مطالعات دیگر نیز مشاهده شده، منجر به ایجاد شاخص ترکیبی دقیق‌تری شده است که می‌تواند جنبه‌های مختلف خشکسالی را به صورت همزمان پوشش دهد. تفاوت اصلی

جدول ۵. نتایج ساختار سی-واین در شاخص‌های خشکسالی  
**Table 5. Results of the C-Vine structure on drought indices**

پارامتر وابستگی (Parameter)	مفصل (Copula)	لبه (edge)	درخت (Tree)
4.8	فرانک (Frank)	2,1	درخت ۱ (Tree1)
7.1	فرانک (Frank)	2,3	درخت ۲ (Tree2)
7.1	فرانک (Frank)	3,1   2	درخت ۲ (Tree2)



شکل ۶. نمودار ساختار سی-واین متغیرهای شاخص IDI

**Fig 6. C-Vine structure diagram of IDI index variables**

کامل تری از شرایط خشکسالی ارائه می‌دهد که این امر در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب در برابر خشکسالی‌های پیچیده بسیار حائز اهمیت است.

مطالعات متعدد نشان داده‌اند که شاخص‌های یکپارچه خشکسالی مبتنی بر مفصل واین با مدل‌سازی روابط غیرخطی بین متغیرهای خشکسالی، برتری قابل توجهی نسبت به شاخص‌های تک‌متغیره سنتی دارند. تحقیقات ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2025) نشان داد این روش دقت شناسایی خشکسالی‌های مرکب را تا ۲۴٪ بهبود بخشیده است. وو و همکاران (Wu et al., 2021) نیز تأکید کردند این شاخص با ترکیب هوشمندانه چندین شاخص، از خطا در تخمین شدت و تداوم خشکسالی جلوگیری می‌کند. مطالعه میرعباسی و همکاران (Mirabbasi et al., 2021) نشان داد شاخص‌های ترکیبی مانند IDI در مقایسه با SPI یا SRI که ممکن است خشکسالی‌های کاذب گزارش دهند، تصویر واقع‌بینانه‌تری از خطر خشکسالی ارائه می‌دهند. این مزایا باعث شده سازمان‌های مدیریت منابع آب در مناطق خشک، این شاخص‌ها را برای پیش‌بینی بلندمدت خشکسالی و برنامه‌ریزی اقلیمی ترجیح دهند. دلایل اصلی تأیید این روش توسط

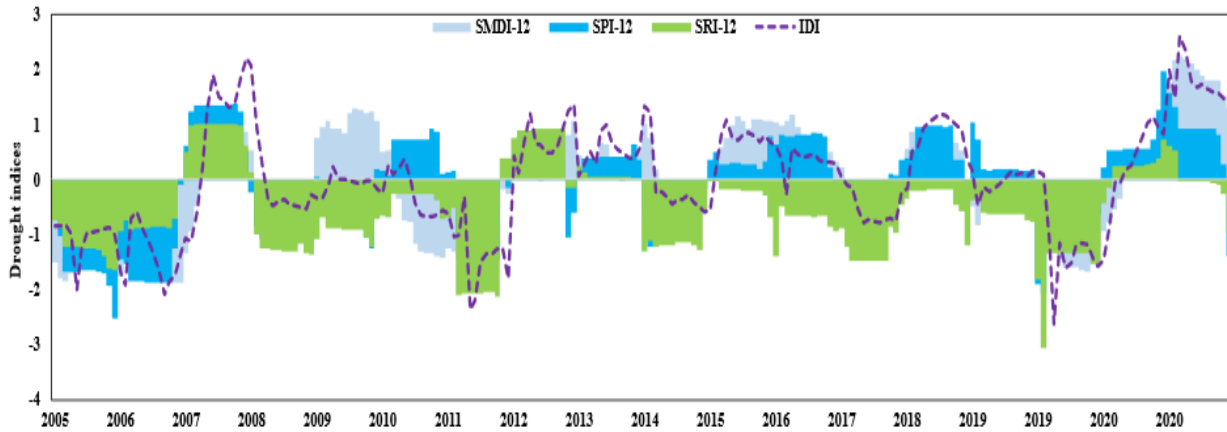
مقایسه شاخص یکپارچه خشکسالی IDI و شاخص‌های SPI-12، SRI-12 و SMDI-12

شکل ۷ مقایسه شاخص یکپارچه خشکسالی IDI و شاخص‌های SPI-12، SRI-12 و SMDI-12 را نشان می‌دهد. بر پایه نتایج این تحلیل جامع، مشخص گردید که قوی‌ترین و پایدارترین رابطه همبستگی بین متغیرهای مورد مطالعه در مقیاس دوازده‌ماهه وجود دارد. از آنجایی که هدف این پژوهش شناسایی روابط ساختاریافته و با ثبات‌ترین الگوها بود، این مقیاس به عنوان مبنا انتخاب گردید. شاخص یکپارچه خشکسالی IDI که با استفاده از مفصل واین توسعه یافته است، در مقایسه با شاخص‌های تک‌متغیره SPI-12 و SRI-12 و SMDI-12، توانایی بالاتری در شناسایی و پیش‌بینی خشکسالی‌های مرکب از خود نشان می‌دهد. به‌ویژه در دو واقعه خشکسالی سال‌های ۲۰۰۸ و ۲۰۱۴، شاخص IDI با در نظر گرفتن روابط غیرخطی بین متغیرهای مختلف، شامل شدت و تداوم، بزرگی و پیک (جدول ۶) خشکسالی را به‌صورت جامع‌تر و دقیق‌تری منعکس کرده است. در حالی که شاخص‌های تک‌متغیره تنها بخشی از ابعاد خشکسالی را پوشش می‌دهند، IDI با ترکیب همزمان چندین شاخص، تصویر



مدیریتی است. به طور کلی، جامعه علمی این روش را به دلیل جامعیت، دقت و سازگاری با شرایط اقلیمی مختلف مورد تأیید قرار داده‌اند.

محققان شامل پوشش چندبعدی خشکسالی، کاهش خطاهای شناسایی، انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی روابط پیچیده و قابلیت اطمینان بیشتر برای تصمیم‌گیری‌های



شکل ۷. مقایسه شاخص یکپارچه خشکسالی IDI و شاخص‌های SPI-12، SSI-12 و SMDI-12

Fig 7. Comparison of the Integrated Drought Index (IDI) and the SPI-12, SSI-12, and SMDI-12 indices

نتایج نشان می‌دهد IDI توانایی بهتری در انعکاس شرایط واقعی حوضه دارد.

ب: تعادل بین حساسیت و ثبات: شاخص IDI موفق به تعدیل مقادیر افراطی شده است. حداکثر شدت خشکسالی در IDI (۳۱/۸۶) به طور معناداری کمتر از مقادیر مربوط به SRI (۶۹/۹۸) و SPI (۳۸/۵۹) است. همچنین حداکثر مدت خشکسالی در IDI (۲۷ ماه) در مقایسه با SRI (۸۶ ماه) کاهش قابل توجهی نشان می‌دهد. این تعدیل‌گری حاکی از پایداری بیشتر شاخص توسعه‌یافته در برابر داده‌های افراطی است.

پ: ایجاد تصویر جامع و بدون تناقض: شاخص IDI با شناسایی ۱۰۷ رویداد خشکسالی، تعادل مناسبی بین شاخص‌های مختلف برقرار کرده است. این تعداد بین مقادیر SPI (۹۳ رویداد) و SMDI (۱۰۹ رویداد) قرار دارد و از اغراق SRI (۱۶۶ رویداد) اجتناب می‌کند. همچنین مقادیر میانگین شدت خشکسالی در IDI (۹/۲۹) بین مقادیر SPI (۹/۲۶) و SMDI (۱۰/۶۸) قرار گرفته که نشان‌دهنده ایجاد توازن بین ابعاد مختلف خشکسالی است.

### بررسی مشخصه‌های خشکسالی بر اساس شاخص یکپارچه خشکسالی IDI

در مطالعه حاضر چهار متغیر شدت، مدت، بزرگی و پیک شاخص یکپارچه خشکسالی IDI در حوزه‌ی آبخیز میناب استخراج گردید. جدول (۶) ویژگی‌های آمار توصیفی متغیرهای فوق را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از ارزیابی عملکرد شاخص یکپارچه خشکسالی (IDI) در مقایسه با شاخص‌های انفرادی بر اساس داده‌های جدول ۶ نشان‌دهنده برتری چشمگیر شاخص ترکیبی توسعه‌یافته است. این برتری در سه محور اصلی قابل تبیین است:

الف: تطابق با واقعیت‌های فیزیکی حوضه: شاخص IDI با میانگین مدت خشکسالی ۱۰/۹ ماه، نمای واقع‌بینانه‌تری از شرایط هیدروکلیماتولوژیکی حوضه ارائه می‌دهد. در مقابل، شاخص SRI-12 با میانگین مدت ۳۳/۲ ماه (نزدیک به سه سال) خشکسالی‌های غیرواقعی طولانی‌مدتی را نشان می‌دهد که با رفتار هیدرولوژیکی رودخانه‌های فصلی حوضه میناب سازگاری ندارد. این

روش‌های ترکیبی مبتنی بر مفصل تأکید داشته‌اند، هرچند چالش‌هایی مانند پیچیدگی محاسباتی و وابستگی به کیفیت داده‌های ورودی همچنان به قوت خود باقی است. براساس نتایج Liu و همکاران (۲۰۲۰) مقایسه با روش‌های جایگزین مانند تکنیک‌های وزن‌دهی ساده نشان می‌دهد که رویکرد مفصل و این‌علی‌رغم نیاز به محاسبات پیچیده‌تر، از پایداری و انعطاف‌پذیری بیشتری در شناسایی خشکسالی برخوردار است.

در مجموع، شاخص IDI با بهره‌گیری از روش واین کاپولا، توانسته است با مدل‌سازی وابستگی‌های غیرخطی بین شاخص‌های مختلف، تصویر متعادل‌تر و واقع‌بینانه‌تری از پدیده خشکسالی ارائه دهد که به واقعیت‌های فیزیکی حوضه نزدیک‌تر است. مطالعات مشابه در مناطق مختلف از جمله پژوهش‌های ژانگ (Zhang et al., 2025) در چین و ریبیرو (Ribeiro e al., 2020) در منطقه مدیترانه نیز بر مزایای

جدول ۶. آمار توصیفی مشخصه‌های خشکسالی به دست آمده از شاخص IDI در حوضه مورد مطالعه

Table 6. Descriptive statistics of drought characteristics obtained from the IDI index in the study basin

IDI	SMDI-12	SRI-12	SPI-12	شاخص	آمار توصیفی
				(Index)	(Descriptive statistics)
107	109	166	93	(Number of droughts)	تعداد خشکسالی
31.86	39.27	69.98	38.59	ماکزیمم شدت خشکسالی	(Maximum drought severity)
27	29	86	24	ماکزیمم مدت خشکسالی	(Maximum drought duration)
1.2	1.454	1.255	1.607	ماکزیمم بزرگی خشکسالی	(Maximum magnitude of drought)
2.607	1.882	3.068	2.5102	ماکزیمم پیک خشکسالی	(Maximum drought peak)
9.29	10.68	28.63	9.26	میانگین شدت خشکسالی	(Average drought severity)
10.9	13.62	33.2	9.4	میانگین مدت خشکسالی	(Average drought duration)
0.61	0.487	0.642	0.818	میانگین بزرگی خشکسالی	(Average drought magnitude)
1.1037	0.823	1.946	2.2108	میانگین پیک خشکسالی	(Average peak drought)
0.28	0.0114	0.275	0.147	مینیمم شدت خشکسالی	(Minimum drought severity)
1	1	2	1	مینیمم مدت خشکسالی	(Minimum drought duration)
0.07	0.0114	0.137	0.147	مینیمم بزرگی خشکسالی	(Minimum drought magnitude)
0.0236	0.011	0.959	0.147	مینیمم پیک خشکسالی	(Minimum drought peak)

می‌کند و این نشان از وابستگی زیاد متغیر مدت با سایر متغیرها است. و در درخت دوم دو سناریوی پیک و بزرگی به شرط مدت و همچنین شدت و بزرگی به شرط مدت برقرار بوده است. در نهایت درخت سوم شدت و پیک به شرط مدت و بزرگی می‌باشد.

**برازش مفصل و این بر مشخصه های خشکسالی**  
قبل از محاسبه دوره بازگشت خشکسالی، بایستی مفصل و این بر مشخصه‌های خشکسالی برازش یابد. با توجه به نتایج بدست آمده در جدول (۷) در ساختار سی- و این در درخت اول متغیر خشکسالی مدت در گره ریشه قرار گرفته و با سه متغیر خشکسالی دیگر پیوند برقرار

جدول ۷. نتایج ساختار سی-و این مشخصه های خشکسالی

Table 7. Results of the C-Vine structure of drought characteristics

پارامتر (Parameter)	مفصل (Copula)	لبه (edge)	درخت (Tree)
0.86	گوسین (Gaussian)	3,1	
3	کلایتون (Clayton)	2,1	درخت ۱ (Tree1)
2.4	کلایتون (Clayton)	1,4	
2, 2.81	t	3,2   1	درخت ۲ (Tree2)
7, 0.55, 0.35	tawn	2,4   1	
0.94, 2.38	bb8	3,4   2,1	درخت ۳ (Tree3)

مشخصه‌های خشکسالی تحت شرایط خاص محاسبه شده است. دو سناریوی اصلی بررسی شده‌اند: بزرگی خشکسالی به شرط شدت، مدت و پیک خشکسالی ( $M | SDP$ ): در احتمال ۰/۹۹، دوره بازگشت به ۲۲۵۳۳۷ سال می‌رسد که بسیار بزرگ است و نشان می‌دهد وقوع همزمان خشکسالی با این ویژگی‌ها بسیار نادر است. تداوم خشکسالی به شرط شدت، بزرگی و پیک ( $D | MSP$ ): در همان احتمال ۰/۹۹، دوره بازگشت ۱۱۳۸۸ سال است که نسبت به حالت اول کمتر است اما همچنان عدد بسیار بزرگی محسوب می‌شود. دوره بازگشت در سناریوی  $M | SDP$  بسیار بیشتر از  $D | MSP$  است، که نشان می‌دهد ترکیب بزرگی با دیگر ویژگی‌های خشکسالی، نسبت به ترکیب مدت با همان ویژگی‌ها، وقوع کم‌تری دارد. این تفاوت به این معنی است که خشکسالی‌های با بزرگی بالا در کنار شدت، مدت و پیک مشخص، نسبت به خشکسالی‌های با مدت طولانی در همان شرایط، بسیار غیرمتمثل‌تر هستند. بر اساس

**دوره بازگشت شرطی مشخصه‌های خشکسالی**  
در جدول (۸)، مقادیر دوره بازگشت برای مشخصه‌های خشکسالی (شدت S، مدت D، بزرگی M، و پیک P) در سطوح مختلف احتمال تجمعی (از ۰/۵ تا ۰/۹۹) به دو صورت تک‌متغیره و چندمتغیره شرطی محاسبه شده است. در حالت تک‌متغیره، با افزایش احتمال تجمعی، دوره بازگشت برای همه مشخصه‌ها افزایش می‌یابد. برای مثال، در مورد شدت (S)، دوره بازگشت از ۵/۴۱۲ سال در احتمال ۰/۵ به ۶۰/۵۷۱ سال در احتمال ۰/۹۹ می‌رسد. این روند برای مدت (D)، بزرگی (M) و پیک (P) نیز مشاهده می‌شود، اما مقادیر دوره بازگشت در مشخصه‌های مختلف متفاوت است. به‌طور خاص، بزرگی (M) و پیک (P) دوره‌های بازگشت کوتاه‌تری نسبت به شدت (S) و مدت (D) دارند، که نشان می‌دهد وقوع خشکسالی‌های با بزرگی و پیک بالا نسبت به خشکسالی‌های با شدت و مدت طولانی‌تر محتمل‌تر است. در حالت چندمتغیره، دوره بازگشت برای ترکیب

کوتاه‌مدت به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. این امر بیانگر آن است که در سطوح پایین بزرگی خشکسالی، معمولاً با دوره‌های خشکسالی محدود و گذرا مواجه می‌باشد. از سوی دیگر، هنگامی که مدت خشکسالی (D) به ۱/۱۵۷ می‌رسد در حالی که شدت در ۰/۳۲۲ و پیک در ۰/۳۶۱ ثابت مانده‌اند، مقادیر بزرگی خشکسالی عمدتاً در محدوده متوسط (بین ۰/۱ تا ۰/۴) قرار می‌گیرند. این نتایج حاکی از آن است که خشکسالی‌های با مدت طولانی‌تر معمولاً از نظر بزرگی در حد متوسط باقی می‌مانند و کمتر به سطوح بحرانی می‌رسند. مقایسه این دو سناریو نشان می‌دهد که با افزایش مدت خشکسالی از حدود ۰/۳ به ۱/۱، مقدار میانگین بزرگی خشکسالی از حدود ۰/۰۶ به ۰/۲ افزایش می‌یابد، اما به ندرت از ۰/۴ فراتر می‌رود. این الگو تأیید می‌کند که اگرچه رابطه مثبتی بین مدت و بزرگی خشکسالی وجود دارد، اما این رابطه خطی نبوده و پس از رسیدن به حد معینی، بزرگی خشکسالی با نرخ کمتری افزایش می‌یابد. از دیدگاه مدیریت منابع آب، این یافته حائز اهمیت است چرا که نشان می‌دهد خشکسالی‌های طولانی‌مدت، حتی اگر از نظر بزرگی در سطوح بسیار بحرانی قرار نگیرند، به دلیل تداوم اثراتشان نیازمند توجه ویژه هستند. در مقابل، خشکسالی‌های کوتاه‌مدت با مقادیر پایین‌تر بزرگی (در حدود ۰/۰۶) اگرچه ممکن است اثرات فوری کمتری داشته باشند، اما تکرار آن‌ها می‌تواند تأثیر تجمعی قابل ملاحظه‌ای بر منابع آب وارد کند.

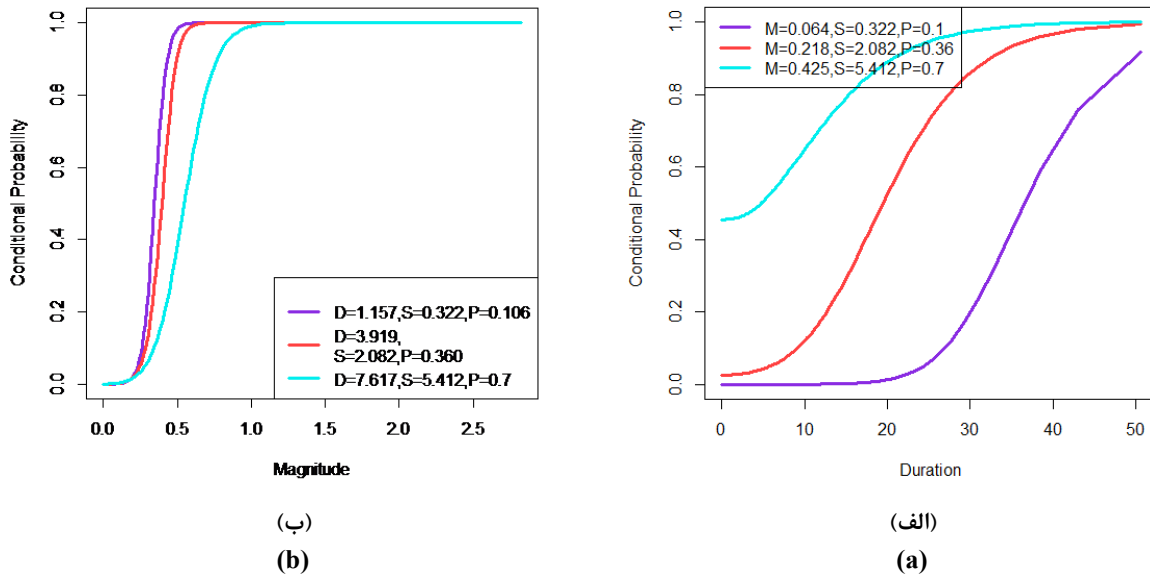
اصل رابطه معکوس بین دوره بازگشت و احتمال وقوع، هرچه دوره بازگشت بزرگ‌تر باشد، احتمال وقوع رویداد کمتر و در نتیجه ریسک آن پایین‌تر است.

بنابراین، در سناریوی  $M | SDP$  که دوره بازگشت بسیار بزرگ است (۲۲۵۳۳۷ سال)، ریسک وقوع چنین خشکسالی‌ای بسیار کم است. در مقابل، در سناریوی  $D | MSP$  که دوره بازگشت کوچک‌تر است (۱۱۳۸۸ سال)، احتمال وقوع و در نتیجه ریسک آن بالاتر است، هرچند باز هم در مقایسه با رویدادهای متداول، یک پدیده نادر محسوب می‌شود. این مطالعه نشان می‌دهد که تحلیل چندمتغیره خشکسالی، برآوردهای محتاطانه‌تری از دوره بازگشت رویدادهای خشکسالی ارائه می‌دهد و دوره‌های بازگشت طولانی‌تری را نسبت به روش‌های تک‌متغیره نشان می‌دهد. مقایسه با مطالعات ژانگ و همکاران (۲۰۱۳) (Zhang et al., 2013) و لیو (۲۰۲۲) (Liu, 2022) نشان می‌دهد اگرچه تمام پژوهش‌ها بر افزایش چشمگیر دوره بازگشت در تحلیل‌های چندمتغیره تأکید دارند، اما ویژگی کلیدی مؤثر (بزرگی، مدت یا پیک) و مقادیر دقیق دوره بازگشت بسته به منطقه مطالعه و روش‌شناسی متفاوت است. این یافته‌ها اهمیت در نظر گرفتن وابستگی بین مشخصه‌های خشکسالی و تفاوت‌های منطقه‌ای را در ارزیابی ریسک خشکسالی برجسته می‌کند. شکل (۸) نشان می‌دهد در شرایطی که بزرگی خشکسالی (M) برابر ۰/۰۶۴، شدت (S) معادل ۰/۳۲۲ و پیک (P) در سطح ۰/۳۸۱ قرار دارد، احتمال وقوع خشکسالی‌های

جدول ۸. مقادیر دوره بازگشت‌های تک و چهارمتغیره خشکسالی در آبخیز میناب با استفاده از مفصل واین

**Table 8. Values of univariate and quadrivariate drought return periods in the Minab watershed using Vine copula**

0.99	0.98	0.95	0.9	0.8	0.5	احتمال تجمعی
60.571	50.0271	36.363	26.343	16.756	5.412	S
50.606	42.989	32.92	25.303	17.686	7.617	D
2.825	2.4	1.837	1.412	0.987	0.425	M
4.196	3.965	1.714	1.563	0.862	0.326	P
225337.313	20892.354	990.314	128.3548	22.541	2.523	(M SDP)
11388.296	2318.182	255.825	50.632	14.357	2.911	(D MSP)



شکل ۸. تابع توزیع احتمال شرطی  $P = (D \leq d | MSP)$  (الف) به ازای  $m=0.064$ ،  $s=0.322$  و  $p=0.106$  و احتمال شرطی  $P = (M \leq m | DSP)$  (ب) به ازای  $d=1.157$ ،  $s=0.322$  و  $p=0.106$

Fig 8. Conditional probability distribution function  $P = (D \leq d | MSP)$  (a) for  $m=0.064$ ,  $s=0.322$ , and  $p=0.106$  and conditional probability  $P = (M \leq m | DSP)$  for  $d=1.157$ ,  $s=0.322$ , and  $p=0.106$

خشکسالی (IDI) با استفاده از روش مفصل و این انجام شد. نتایج نشان داد SRI به عنوان متغیر محوری در ساختار درختی عمل می‌کند و بیشترین همبستگی (۰/۸۲) بین SPI و SRI مشاهده شد. این شاخص ترکیبی توانست خشکسالی‌های مرکب را به‌طور مؤثرتری نسبت به شاخص‌های تک‌متغیره شناسایی کند. بررسی مشخصه‌های خشکسالی مستخرج از شاخص IDI نشان داد که بین شدت و مدت خشکسالی بیشترین همبستگی (۰/۹۵) وجود دارد. توزیع گاما برای شدت، نمایی برای مدت و بزرگی، و لجستیک برای پیک خشکسالی بهترین برازش را نشان دادند.

بر اساس مقادیر دوره بازگشت تک‌متغیره، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ویژگی‌های مختلف خشکسالی الگوهای بازگشت کاملاً متفاوتی را نشان می‌دهند. دوره بازگشت برای شدت (S) و مدت (D) خشکسالی به‌طور قابل توجهی طولانی‌تر از دوره بازگشت برای بزرگی (M) و پیک (P) است. به‌طور مشخص، در احتمال تجمعی ۰/۹۹

### نتیجه‌گیری

این مطالعه جامع به بررسی مشخصه‌های خشکسالی در حوضه آبخیز میناب با استفاده از روش‌های پیشرفته آماری پرداخته است. یافته‌های کلیدی تحقیق را می‌توان در چند محور اصلی خلاصه کرد. نتایج نشان داد که توابع توزیع مختلف برای متغیرهای خشکسالی برازش متفاوتی دارند. تابع لجستیک برای بارش و رواناب، لوگ لجستیک و نرمال برای تفاضل بارش و تبخیر تعرق و رطوبت خاک، و توزیع نرمال برای شاخص‌های SPI، SRI، SPEI و SMDI بهترین برازش را نشان دادند. مقادیر AIC و BIC این انتخاب‌ها را تأیید کردند. در بررسی وابستگی بین شاخص‌های خشکسالی، تابع مفصل فرانک برای جفت‌های SPI12-SRI12 و SMDI12 با پارامترهای به ترتیب ۴/۸ و ۷/۱ مناسب تشخیص داده شد. این در حالی بود که برای جفت SPI12-SMDI12، تابع گوسین با همبستگی ۰/۰۳۴ انتخاب شد که نشان‌دهنده وابستگی ضعیف بین این دو متغیر است. ساخت شاخص یکپارچه

Aas, K., C. Czado, A. Frigessi and H. Bakken. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Journal of Mathematics and Economics*, 44(2), 182-198. <https://doi.org/10.1016/j.insmathco.2007.02.001>.

Azhdari Z, Bazrafshan O, Bazrafshan J, Shekari M, Zamani H. (2021). Meteorological drought monitoring based on multivariate statistical and probability indices in Hormozgan province. *Journal of Arid Biome* 10(2), 1-17. <https://doi.org/10.29252/ARIDBIOM.2021.15258.1821>.

Bahari Meimandi, J., Bazrafshan, O., Esmaelpour, Y., Shekari, M., & Zamani, H. (2023). Study the effect of natural and anthropogenic factors on the ground water falling in the Minab plain. *Desert Management*, 11(1), 1-18. <https://doi.org/10.22034/jdmal.2023.2000814.1412>.

Bazrafshan, O., Shekari, M., Zamani, H., Dehghanpir, S., & Singh, V. P. (2021). Assessing hydrologic drought risk using multi-dimensional copulas: case study in Karkheh River basin. *Environmental Earth Sciences*, 80(17), 1-22. <https://doi.org/10.1007/s12665-021-09870-6>.

Bedford, T. and R. Cooke. (2001). Probability density decomposition for conditionally dependent random variables, *Annals of mathematics and Artificial*, 32(1-4), 245-268. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1016725902970>

Bedford, T. and R. Cooke. (2002). Vines – A new graphical model for dependent random variables, *Annals of Ann. Statist.* 30(4), 1031-1068. <https://doi.org/10.1214/aos/1031689016>.

Cammalleri, C., Micale, F., Vogt, J. (2015). A novel soil moisture-based drought severity index (DSI) combining water deficit magnitude and frequency. *Hydrology Process.* 30(2), 289-301. <https://doi.org/10.1002/hyp.10578>.

Czado, C. (2010). *Pair-Copula Constructions of Multivariate Copulas*. In: Jaworski, P., Durante, F., Härdle, W., Rychlik, T. (eds) *Copula Theory and Its Applications*. Lecture Notes in Statistics, vol 198. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-12465-5\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-12465-5_4).

Das, P. K., Chandra, S., Das, D. K., Midya, S. K., Paul, A., Bandyopadhyay, S., & Dadhwal, V. K. (2020). Understanding the interactions between meteorological and soil moisture drought over Indian region. *Journal of Earth System Science*, 129(1), 1-17. <https://doi.org/10.1007/s12040-020-01460-7>.

Dayal, K. S., Deo, R. C., & Apan, A. A. (2020). *Development of copula-statistical drought prediction model using the standardized precipitation-evapotranspiration index*. In *Handbook of Probabilistic Models*. Butterworth-Heinemann. 141-178. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-816514-0.00006-0>.

دوره بازگشت شدت و مدت به ترتیب به ۵۰.۶ و ۶۰.۵۷ سال می‌رسد، در حالی که این مقدار برای بزرگی و پیک تنها ۲/۸ و ۴/۲ سال است. این نتایج نشان می‌دهد که رویدادهای شدید از نظر شدت و مدت خشکسالی‌های منطقه مطالعه نادرتر هستند، در حالی که خشکسالی‌های با بزرگی و پیک بالا با تواتر بیشتری رخ می‌دهند. در تحلیل چندمتغیره، سناریوی  $M | SDP$  با مقادیر آستانه‌های شدت ۶۰.۵، مدت ۵۰/۶ ماه، بزرگی ۲/۸ و پیک ۴/۲ در احتمال ۰/۹۹ به دوره بازگشت ۲۲۵۳۳۷ سال رسید که نشان‌دهنده نادر بودن چنین رویدادی است. بررسی توابع احتمال شرطی نشان داد که در سطوح پایین بزرگی خشکسالی، احتمال وقوع خشکسالی‌های کوتاه‌مدت افزایش می‌یابد. همچنین، خشکسالی‌های طولانی‌مدت معمولاً بزرگی متوسطی دارند و کمتر به سطوح بحرانی می‌رسند.

این مطالعه نشان داد که استفاده از روش‌های ترکیبی مانند مفصل و این می‌تواند درک بهتری از پدیده خشکسالی و ویژگی‌های آن ارائه دهد. یافته‌ها حاکی از آن است که تحلیل چندمتغیره خشکسالی می‌تواند ابزار قدرتمندی برای مدیریت منابع آب و ارزیابی ریسک خشکسالی باشد. تفاوت‌های مشاهده شده در دوره‌های بازگشت و روابط بین متغیرها بر اهمیت بررسی منطقه‌های خشکسالی و عدم تعمیم مستقیم نتایج به سایر مناطق تأکید دارد. این نتایج می‌تواند مبنای علمی مناسبی برای تصمیم‌گیری‌های مدیریتی در مواجهه با پدیده خشکسالی باشد.

## منابع

Albergel, C., Dorigo, W., Reichle, R., Muñoz-Sabater, J., de Rosnay, P., Isaksen, L.,... & Wagner, W. (2012). Evaluation of remotely sensed and modelled soil moisture products using global ground-based in situ observations. *Remote Sensing of Environment*, 118, 215–226. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2011.11.017>

- Dracup, J. A., Lee, K. S., & Paulson Jr, E. G. (1980). On the statistical characteristics of drought events. *Water resources research*, 16(2), 289-296. <https://doi.org/10.1029/WR016i002p00289>.
- Hao, Z., Singh, V.P. (2015). Drought characterization from a multivariate perspective: a review. *Journal of Hydrology*. 527, 668–678. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.05.031>
- Heim, R. (2002). A review of twentieth-century drought indices used in the United States. *Bull. Am. Meteorological Society*, 83, 1149–1165. <https://doi.org/10.1175/1520-0477-83.8.1149>
- Jaworski, P., Durante, F., Karl Härdle, W and Rychlik T. (2010) *Copula Theory and Its Applications*. Lecture Notes in Statistics, vol 198. Springer, Berlin, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-12465-5>
- Joe, H. (1996). Families of m-Variate Distributions with Given Margins and m(m-1)/2 Bivariate Dependence Parameters. *Lecture Notes-Monograph Series*, 28, 120–141. <http://www.jstor.org/stable/4355888>
- Liu, H., Wang, X., Tan, G., & He, X. (2020). System reliability evaluation of a bridge structure based on multivariate copulas and the AHP–EW method that considers multiple failure criteria. *Applied Sciences*, 10(4), 1399. <https://doi.org/10.3390/app10041399>
- Liu, Z., Zhang, J., Wen, T., & Cheng, J. (2022). Uncertainty quantification of rainfall-runoff simulations using the copula-based bayesian processor: Impacts of seasonality, copula selection and correlation coefficient. *Water Resources Management*, 36(13), 4981-4993. <https://doi.org/10.1007/s11269-022-03287-x>.
- Maity, R., Suman, M., Verma, N.K. (2016). Drought prediction using a wavelet-based approach to model the temporal consequences of different types of droughts. *Journal of Hydrology*, 539, 417-428. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.05.042>.
- Mirabbasi, R., Klöve, B., & Torabi Haghighi, A. (2024). Multivariate Frequency Analysis of Drought Characteristics in Finland Using Vine Copulas. *International Journal of Climatology*, 44(16), 5986-6013. <http://dx.doi.org/10.1002/joc.8679>
- Mishra, A. K., and V. P. Singh. (2010). A review of drought concepts, *Journal of Hydrology*, 391(1-2): 202-216. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.07.012>
- Nagler, T., Krüger, D., & Min, A. (2022). Stationary vine copula models for multivariate time series. *Journal of Econometrics*, 227(2), 305-324. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2021.11.015>.
- Nazeri Tahroudi, M., Ramezani, Y., De Michele, C., & Mirabbasi, R. (2022). Multivariate analysis of rainfall and its deficiency signatures using vine copulas. *International Journal of Climatology*, 42(4), 2005-2018. <http://dx.doi.org/10.1002/joc.7349>
- Ribeiro, A. F. S., Russo, A., Gouveia, C. M., Páscoa, P., & Zscheischler, J. (2020). Risk of crop failure due to compound dry and hot extremes estimated with nested copulas. *Biogeosciences Discussions*, 2020, 1-21. <http://dx.doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-674>
- Rodell, M., Houser, P. R., Jambor, U. E. A., Gottschalck, J., Mitchell, K., Meng, C. J., ... & Toll, D. (2004). The global land data assimilation system. *Bulletin of the American Meteorological society*, 85(3), 381-394. <http://dx.doi.org/10.1175/BAMS-85-3-381>.
- Rueschendorf, L. Schweizer, B and Taylor M. D (1996), Distributions with fixed marginal and related topics. *Hayward: Institute of Mathematical Statistics*. 28, 120-141. <https://doi.org/10.1214/lnms/1215452598>
- Salvadori, G., De Michele, C., Kottegoda, N.T. and Rosso, R. (2007). Extremes in nature: an approach using copulas, Springer, Dordrecht. *Statistics*, 30 (4), 1031–1068. <https://doi.org/10.1007/1-4020-4415-1>.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464. <http://www.jstor.org/stable/2958889>
- Uyttendaele, N. (2014). *Nested Archimedean copulas: a new class of nonparametric tree structure estimators*. arXiv preprint arXiv:1407.0230. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1407.0230>
- Vicente-Serrano S M, Beguería S, LópezMoreno J I. (2010) A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of Climate*, 23, 1696-1718. <http://dx.doi.org/10.1175/2009JCLI2909.1>.
- Wang, H., Li, Y. P., Huang, G. H., Zhang, Q., Ma, Y., & Li, Y. F. (2024). Quantifying multidimensional drought propagation risks under climate change: A vine-copula Bayesian factorial analysis method. *Journal of Hydrology*, 637, 131396. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2024.131396>.
- Wang, H., Li, Y. P., Huang, G. H., Zhang, Q., Ma, Y., & Li, Y. F. (2024). Quantifying multidimensional drought propagation risks under climate change: A vine-copula Bayesian factorial analysis method. *Journal of Hydrology*, 637, 131396. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2024.131396>.
- Wu, H., Su, X., Singh, V. P., Feng, K., & Niu, J. (2021). Agricultural drought prediction based on conditional distributions of vine copulas. *Water Resources Research*, 57(8), <http://dx.doi.org/10.1029/2021WR029562>.

- Xu, K., Yang, D., Xu, X., Lei, H. (2015). Copula based drought frequency analysis considering the spatio-temporal variability in Southwest China. *Journal of Hydrology*, 527, 630-640. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.05.030>.
- Zhang, Q., Li, J., Singh, V. P., & Xu, C. Y. (2013). Copula-based spatio-temporal patterns of precipitation extremes in China. *international Journal of Climatology*, 33(5), 1140-1152. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.05.030>.
- Zhang, X., Li, J., Dong, Q., Gao, C., & Chen, H. (2025). A copula-based framework for emergent constraints using MCMC simulations. *Journal of Climate*. <http://dx.doi.org/10.1175/JCLI-D-24-0591>.